

Predizione e contraddizione dalla biologia all'IA

PARTE PRIMA: Geometria e intelligenza artificiale

Patrizio Frosini

Dipartimento di Matematica e ARCES, Università di Bologna
patrizio.frosini@unibo.it

Aperitivo con AI - 4 novembre 2020

Geometria e intelligenza artificiale

Come può la geometria contribuire alla ricerca
sull'intelligenza artificiale?

GEOMETRIC  INTELLIGENCE ?

Geometria e intelligenza artificiale

La geometria permette di studiare
la "forma" delle cose.

Perché non usarla per studiare
la "forma" dell'intelligenza?



Geometria e intelligenza artificiale

Inizio con un'affermazione un po' provocatoria:

Nessuno è interessato direttamente ai dati.

Quel che interessa è il modo in cui
gli osservatori reagiscono ai dati.

I casi in cui l'interesse per i dati sembra centrale
sono quelli in cui la modalità di reazione degli
osservatori è tacitamente condivisa.

Tutto ciò induce a studiare la **“forma degli osservatori”** al posto della forma dei dati.

Quando si cambia l'osservatore, l'interpretazione dei dati può cambiare in modo radicale.



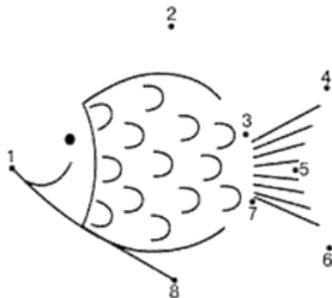
Quando si cambia l'osservatore, l'interpretazione dei dati può cambiare in modo radicale.



Geometria e intelligenza artificiale

Ricordo queste frasi dette da Christian Hennig in un altro "Aperitivo con AI", a proposito dei metodi per ottenere clusters:

«The data do not hold information on which one is "correct"; the researcher needs to decide what features clusters need to have. This is ignored in much AI and statistical literature. Issues listed here require background knowledge that is not represented in data.»



Geometria e intelligenza artificiale

Quindi una buona idea potrebbe essere quella di sviluppare una **teoria geometrica degli osservatori**, in cui gli osservatori vengano trattati come variabili.

nature
machine intelligence

ARTICLES

<https://doi.org/10.1038/s42256-019-0087-3>

Towards a topological-geometrical theory of group equivariant non-expansive operators for data analysis and machine learning

Mattia G. Bergomi¹, Patrizio Frosini^{2,3*}, Daniela Giorgi⁴ and Nicola Quercioli^{2,3}

Geometria e intelligenza artificiale

Come si può modellizzare il concetto di osservatore in ambito geometrico?

- I dati si possono spesso interpretare come **funzioni** (p.e., un'immagine a livelli di grigio può essere rappresentata da una funzione dal piano reale nei numeri reali, dove ogni valore definisce il livello di grigio dell'immagine in un punto).
- Un osservatore può essere visto come un **operatore** $F : \Phi \rightarrow \Psi$ che trasforma dati in altri dati.
- Gli osservatori interessanti hanno spesso proprietà di **equivarianza**, cioè commutano rispetto all'azione di un gruppo.
- Gli osservatori hanno spesso la proprietà di semplificare i dati: questo fatto può essere parafrasato dicendo che non incrementano le distanze fra i dati. In questo caso si dicono **non espansivi**.

Geometria e intelligenza artificiale

Un esempio di operatore equivariante non espansivo:



GRAYSCALE IMAGE

$\varphi : [0, a] \times [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$ $F(\varphi)$ = CONVOLUZIONE DI φ

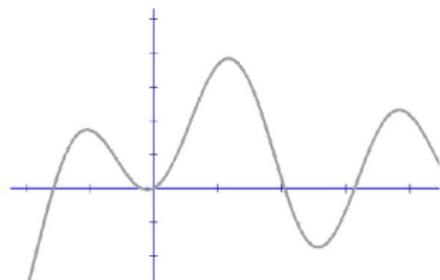
$$F(\varphi)(x) := \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{\mathbb{R}^2} \varphi(y) e^{-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}} dy.$$

F è G -equivariante per il gruppo delle isometrie del piano.

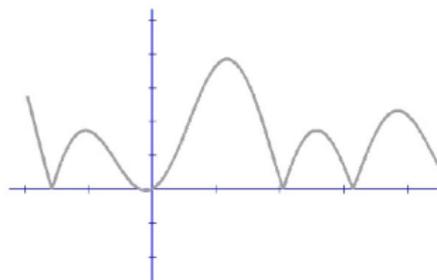
F è non espansivo.

Geometria e intelligenza artificiale

Un altro esempio di operatore equivariante non espansivo:



$$\varphi : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$$

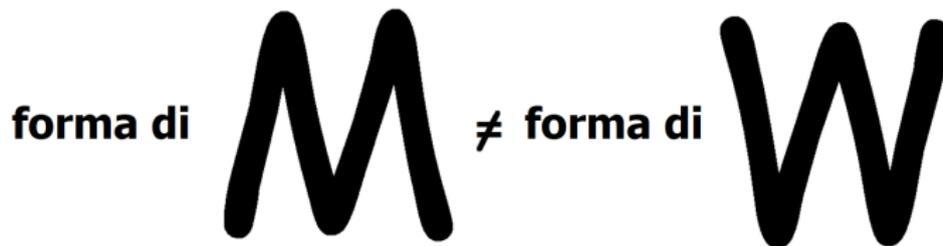
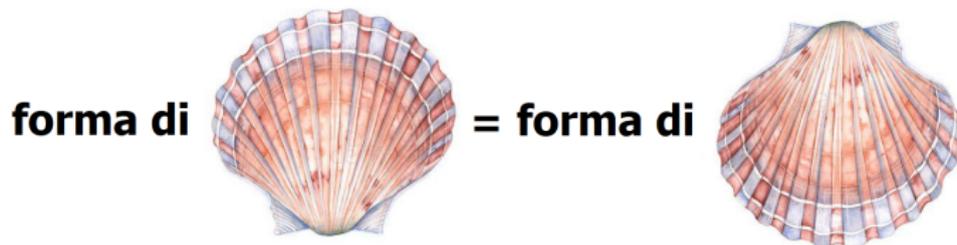


$$F(\varphi) = |\varphi|$$

F è G -equivariante per il gruppo delle isometrie della retta.
 F è non espansivo.

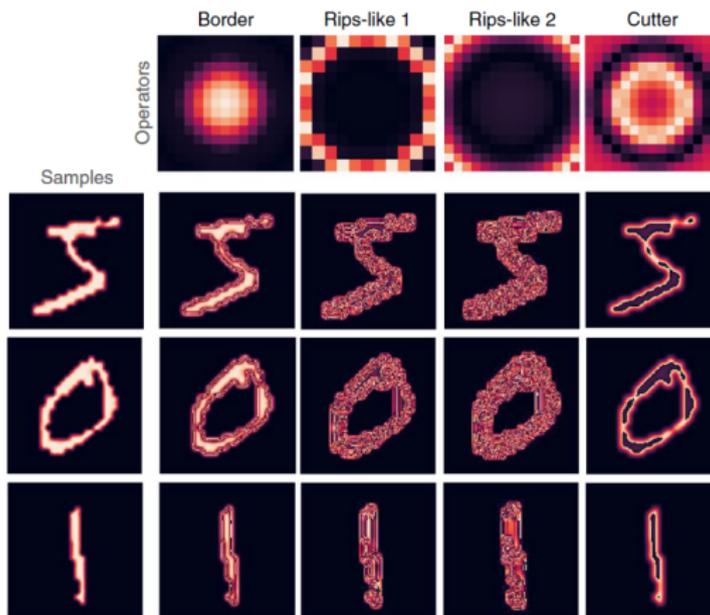
Geometria e intelligenza artificiale

Il gruppo di equivarianza varia con l'osservatore:



Geometria e intelligenza artificiale

**Alcuni operatori equivarianti non espansivi su MNIST
(modified National Institute of Standards and Technology database):**



Geometria e intelligenza artificiale

Gli operatori equivarianti rispetto all'azione di un gruppo e non espansivi vengono chiamati **GENEO** (group equivariant non-expansive operators). I GENEEO rappresentano gli osservatori nella Topological Data Analysis.

Quali sono le conseguenze dell'uso dei GENEEO?

Innanzitutto otteniamo alcuni teoremi. Qui ne citeremo due.

Geometria e intelligenza artificiale

Se lo spazio dei dati è **compatto**, allora anche lo spazio degli osservatori è **compatto**.



QUINDI

Se lo spazio dei dati può essere ben approssimato da un insieme **finito**, allora questo vale anche per lo spazio degli osservatori.

Geometria e intelligenza artificiale

Se lo spazio dei dati è **convesso**, allora anche lo spazio degli osservatori è **convesso**.

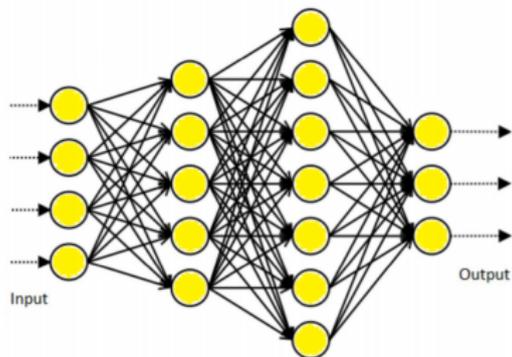


Se lo spazio dei dati è compatto e convesso, allora ogni funzione di costo strettamente convessa ammette un solo minimo sullo spazio degli osservatori.

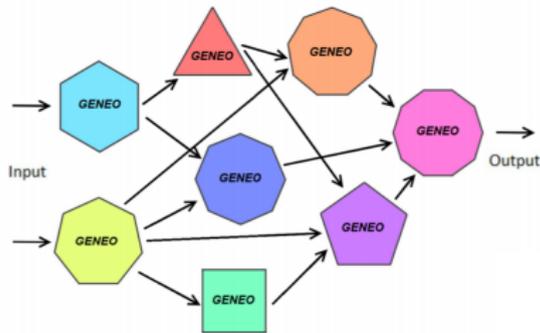
Quindi lo spazio dei GENE0 è particolarmente adatto ai processi di approssimazione e minimizzazione.

Geometria e intelligenza artificiale

In prospettiva, l'obiettivo che ci proponiamo è quello di sviluppare una buona teoria geometrica per la costruzione di reti di GENEIO.



NEURAL NETWORK



NETWORK OF GENEIOS

Geometria e intelligenza artificiale

L'uso di un modello geometrico basato sullo studio degli osservatori ha un'altra importante conseguenza: una sorta di «principio di contraddizione».



Available online at www.sciencedirect.com



Cognitive Systems Research 10 (2009) 297–315

Cognitive Systems
RESEARCH

www.elsevier.com/locate/cogsys

Does intelligence imply contradiction?

Action editor: Vasant Honavar

P. Frosini *

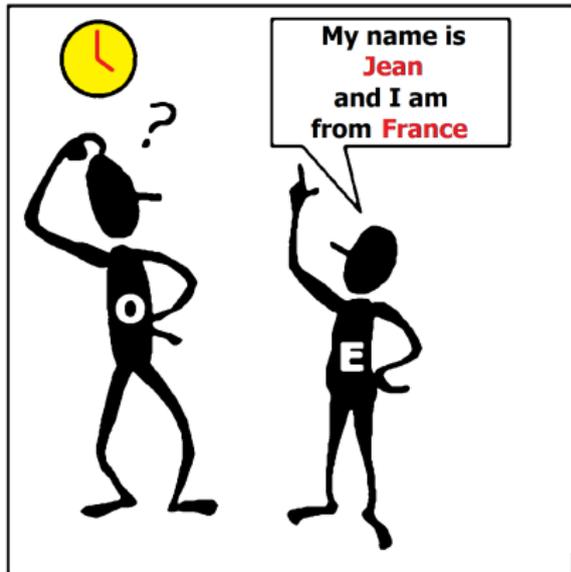
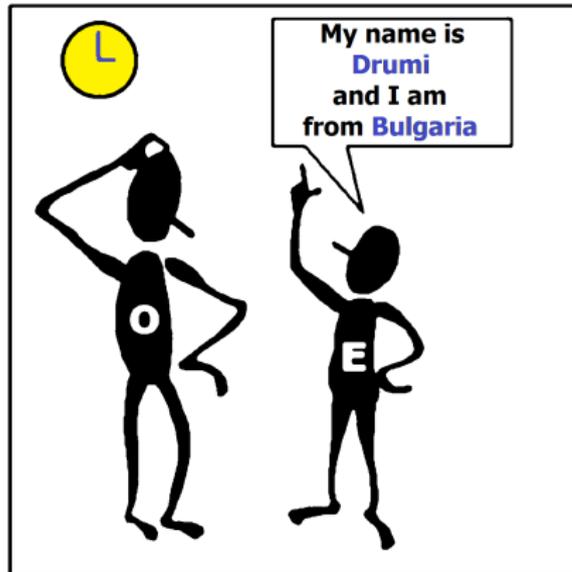
Department of Mathematics and ARCES, University of Bologna, I-40126 Bologna, Italy

Received 19 June 2002; received in revised form 30 July 2007; accepted 31 July 2007

Available online 5 November 2008

Geometria e intelligenza artificiale

Cosa intendiamo per contraddizione?



Geometria e intelligenza artificiale

Ogni entità sufficientemente intelligente
è contraddittoria.



Ludwig Wittgenstein

Geometria e intelligenza artificiale

In modo equivalente possiamo dire che

Il comportamento di ogni entità
sufficientemente intelligente è imprevedibile.

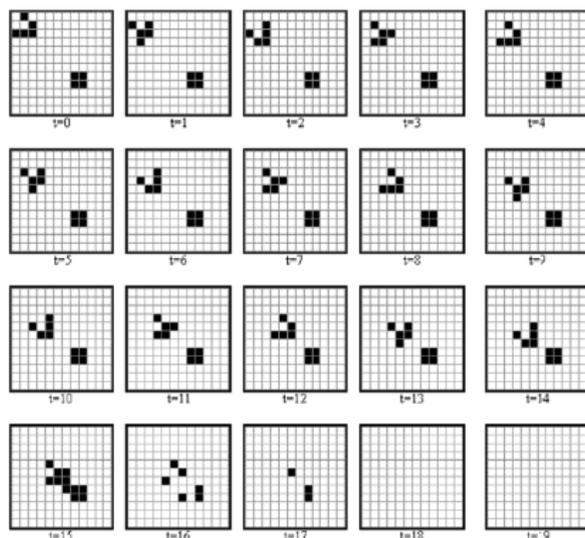
Ricordo questa frase detta da Riccardo durante un altro “Aperitivo con AI”, riferita ad alcuni algoritmi usati nel Deep Learning:

«Gli algoritmi efficienti non sono spiegabili».

Geometria e intelligenza artificiale

Come dimostrarlo?

È possibile un approccio basato sugli automi cellulari.



Geometria e intelligenza artificiale

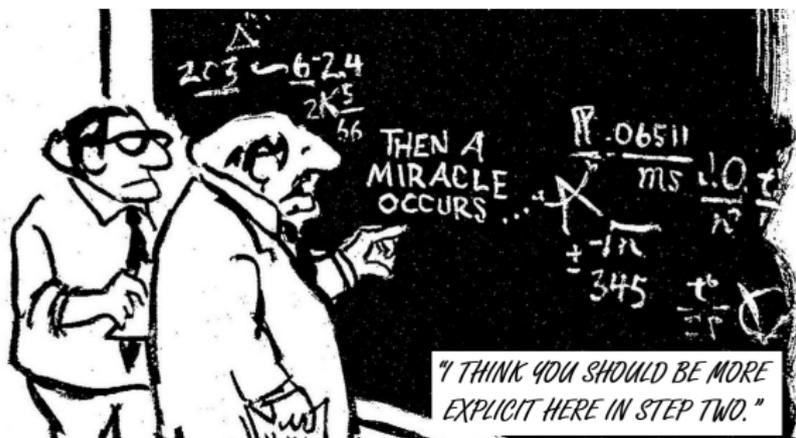
Linea dimostrativa:

- Si individua un osservatore.
- Si definisce l'intelligenza di una entità come la sua capacità di sopravvivere nell'ambiente secondo il giudizio dell'osservatore.
- Si prova che esiste una soglia per l'intelligenza, oltre la quale l'entità osservata appare necessariamente contraddittoria all'osservatore prescelto.

In questo modello, quindi, la contraddittorietà e la non predicibilità non appaiono come limitazioni delle strutture intelligenti ma come condizioni necessarie per lo sviluppo di comportamenti intellettivi complessi.

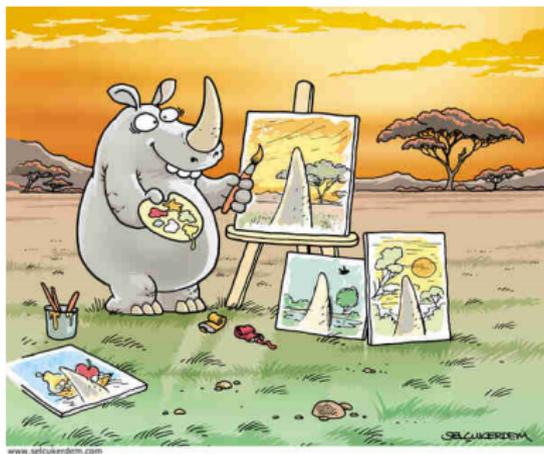
Geometria e intelligenza artificiale

Dato che, come abbiamo visto, l'intelligenza implica l'imprevedibilità, occorre accettare un compromesso. Per esempio, potremmo rinunciare alla trasparenza globale e perseguire una trasparenza locale, in cui alcuni GENE0 (presumibilmente quelli di più alto livello) abbiano un corportamento facilmente interpretabile.



Geometria e intelligenza artificiale

In ultima analisi, la soggettività è importante anche in geometria...



Passo ora la mano a Francesco, che esporrà il suo punto di vista su IA, biologia, predizione e spiegazione come elementi cruciali per comprendere e costruire intelligenze.